X WOJEWÓDZKI TURNIEJ MATEMATYCZNY 2023 SIGMA

im. Edmunda Pawłowskiego

Grupa A (szkoła podstawowa)

JAK ROZWIĄZYWAĆ TEST*?*

Każde zadanie testowe składa się ze stwierdzenia lub pytania i trzech odpowiedzi, z których każda może być prawdziwa albo fałszywa. Rozwiązując test określamy prawdziwość każdej odpowiedzi - pozytywnie (TAK) lub negatywnie (NIE). Nieustosunkowanie się do którejś z nich traktuje się w punktacji jak brak odpowiedzi. Pamiętaj, że pominięcie argumentacji lub istotnych obliczeń w rozwiązaniu zadań otwartych (11-13) może spowodować, że za to rozwiązanie nie otrzymasz pełnej liczby punktów.

Czas pracy 50 min.

1. Pewna liczba ma 4 dzielniki, których średnia arytmetyczna jest równa 10. Ta liczba to:

a) $3^2 + 2*9$

b) 27

c) $\sqrt{36} + (-2)(-3)+15$

2. Ile jest wszystkich liczb trzycyfrowych, które przy dzieleniu przez 99 dają resztę 9.

a) 11

b) 10

c) 9

3. Pewien wielokąt wypukły ma tyle przekątnych, ile boków. Ile wierzchołków ma ten wielokąt?

a) $5^2 - 4^3 + 17$

b) 5

c) $\sqrt{49} - (-2)\cdot 3 - 8$

4. Dany jest trapez ABCD o podstawach AB i CD. Kąt ABC ma 48°. Kat CAB i CBA są równe oraz kąty DAC i DCA są równe. Miara kąta ADC jest równa:

a) 48°

b) 84°

c) $180^\circ - 96^\circ$

5. Suma pewnych dwóch liczb naturalnych jest liczbą nieparzystą. Iloczyn tych liczb jest liczbą:

a) parzystą,
b) nieparzystą
c) naturalną

6. Kopciuszek miał 100 ziarenek maku. Wszystkie ziarenka włożył do pięciu miseczek w ten sposób, że w pierwszych dwóch miseczkach jest łącznie 30 ziarenek, w drugiej i trzeciej miseczce są łącznie 33 ziarenka, w trzeciej i czwartej jest 41 ziarenek, a w piątej miseczce jest o 11 ziarenek więcej niż w pierwszej. Do której miseczki Kopciuszek włożył najmniej ziarenek maku?

a) do trzeciej
b) do drugiej
c) w pierwszej i drugiej jest tyle samo, i jest ich mniej od pozostałych.

7. Przez jaki czas w ciągu doby na wyświetlaczu zegara elektronicznego widoczna jest cyfra 9? Zegarek wyświetla godziny i minuty, nie pokazuje sekund.

a) 240 minut,
b) $\left(\frac{1}{3} + \sqrt{2\frac{7}{9}}\right) \cdot |-4|$
c) 3,5h

8. Pani Asia przejechała trasę dwukrotnie dłuższą niż pan Wojtek w czasie stanowiącym $\frac{2}{3}$ jego czasu. Ile razy szybciej jechała?

a) 2
b) 3
c) 4

9. Zmieszano 1 litr 4-procentowego wodnego roztworu soli z 2 litrami 4-procentowego wodnego roztworu soli. Stężenie powstałego roztworu jest równe:

a) 8%
b) 4%
c) 6%

10. Prostopadłościenne pudełko ma wymiary 15 cm x 10 cm x 18 cm. Ile sześciennych klocków o krawędzi 3 cm zmieści się w tym pudełku?

a) 30
b) 90
c) 100

11. Z portu A wypłynął statek zmierzający do portu B. W tym samym momencie z portu B do portu A wypłynął kuter. Obie jednostki płynęły tą samą trasą, każdy ze stałą prędkością. Rejs statku trwał 1,5 doby, a kutra 2,5 doby. Po ilu godzinach od wypłynięcia z portu statek i kuter się minęły? Swoje obliczenia przedstaw poniżej.

12. Czy nitkę o długości 1m można rozpiąć na trzech szpilkach, tak aby powstał trójkąt, którego jeden bok ma długość 23cm, a drugi 26cm. Odpowiedź uzasadnij.

13. Ile jest równa suma cyfr liczby $10^{100} - 100^{10}$.

X WOJEWÓDZKI TURNIEJ MATEMATYCZNY

2023

SIGMA

im. Edmunda Pawłowskiego

Grupa B (klasy I i II)

JAK ROZWIĄZYWAĆ TEST*?*

Każde zadanie testowe składa się ze stwierdzenia lub pytania i trzech odpowiedzi, z których każda może być prawdziwa albo fałszywa. Rozwiązując test określamy prawdziwość każdej odpowiedzi - pozytywnie (TAK) lub negatywnie (NIE). Nieustosunkowanie się do którejś z nich traktuje się w punktacji jak brak odpowiedzi. Pamiętaj, że pominięcie argumentacji lub istotnych obliczeń w rozwiązaniu zadań otwartych (11-13) może spowodować, że za to rozwiązanie nie otrzymasz pełnej liczby punktów.

Wolno używać kalkulatorów prostych. ***Czas pracy 50 min.***

1. Mamy do dyspozycji dwa naczynia o pojemnościach $(2+\sqrt{3})\ litra\ i\ (2-\sqrt{3})\ litra.$ Posługując się nimi jesteśmy w stanie odmierzyć dokładnie:

a) 4 litry
b) 2 litry
c) $2\sqrt{3}$ litra

2. Liczba $\sqrt[3]{3^2\cdot\sqrt{3}}$ jest

a) mniejsza od 3
b) wymierna
c) równa $\sqrt[4]{3^3\cdot\sqrt[3]{3}}$

3. Równanie $ax+a^2b=abx+2a^2$ nie ma rozwiązania jeżeli;

a) $a\neq 0\ \ i\ \ b=1$
b) $a=0\ \ lub\ b=1$
c) $a\neq 0\ i\ b\ jest\ dowolne$

4. Miejscem zerowym funkcji $y=-\frac{1}{3}x+m+1$ jest liczba większa od 1, jeśli:

a) $m\in(-\infty,1)$
b) $m\in\left(-\infty-\frac{2}{3}\right)$
c) $m\in\left(-\frac{2}{3},\infty\right)$

5. Suma kwadratów trzech kolejnych liczb parzystych wynosi 200, zatem suma tych liczb wynosi:

a) 12
b) 24
c) 18

6. Równanie $x^2 + bx + c = 0$ ma dwa różne pierwiastki ujemne, zatem:

a) $b^2 > 4c$
b) $bc > 0$
c) $b > 0 \ lub\ c > 0$

7. Cztery okrągłe słoiki umieszczono wewnątrz okrągłego garnka. Promień podstawy każdego słoika wynosi 1. Zatem promień podstawy garnka wynosi przynajmniej:

a) $1 + \sqrt{2}$
b) $\frac{1+\sqrt{2}}{2}$
c) $\frac{2+\sqrt{2}}{2}$

8. Długość boku rombu jest średnią geometryczną długości jego przekątnych, zatem miara kąta ostrego wynosi :

a) 30^0
b) 45^0
c) 60^0

9. Funkcja $f(x) = |-x^2 - 2x + 3|$ przyjmuje w przedziale $(-3; 2\rangle$ największą wartość równą:

a) 4
b) 0
c) 5

10. Liczba 1 jest wynikiem wyrażenia::

a) $tg5^0 \cdot tg25^0 \cdot tg45^0 \cdot tg65^0 \cdot tg85^0$
b) $cos^2 20^0 + cos^2 40^0 + cos^2 50^0 + cos^2 70^0$
c) $sin^4 20^0 + sin^4 70^0 + 2cos^2 20^0 \cdot cos^2 70^0$

Zadanie 11. W jakim stosunku wagowym należy zmieszać syrop o stężeniu 20% z syropem o stężeniu 40%, aby otrzymać mieszaninę o stężeniu 25% ?

Zadanie 12. Dla jakich wartości parametru m pierwiastkami równania

$$5x^2 - mx + 1 = 0$$

są dwie różne liczby $x_1\ i\ \ x_2$ spełniające warunek $|x_1 - x_2| = 1$?

Zadanie 13. Udowodnij, że dla każdej liczby naturalnej *n* liczba $8n^3 - 2n$ jest podzielna przez 6.

im. Edmunda Pawłowskiego

Grupa C (klasy III i IV)

JAK ROZWIĄZYWAĆ TEST?

Każde zadanie testowe składa się ze stwierdzenia lub pytania i trzech odpowiedzi, z których każda może być prawdziwa albo fałszywa. Rozwiązując test określamy prawdziwość każdej odpowiedzi - pozytywnie (TAK) lub negatywnie (NIE). Nieustosunkowanie się do którejś z nich traktuje się w punktacji jak brak odpowiedzi. Pamiętaj, że pominięcie argumentacji lub istotnych obliczeń w rozwiązaniu zadań otwartych (11-13) może spowodować, że za to rozwiązanie nie otrzymasz pełnej liczby punktów.

Wolno używać kalkulatorów prostych. ***Czas pracy 50 min.***

1. Funkcja $f(x) = \big||x+2|-1\big| + \big||x+1|-2\big|,\ x \in R,$ ma z osią OX

a) dwa punkty wspólne
b) jeden punkt wspólny
c) nie ma punktów wspólnych

2. Suma czwartych potęg pierwiastków równania $x^2 - x - 3 = 0$ wynosi:
a) 85
b) 13
c) 31

3. Przy dzieleniu wielomianu $W(x)$ przez $(x-1)$ otrzymujemy resztę 3, a przy dzieleniu *W(x)* przez $(x-2)$ otrzymujemy resztę 4. Reszta z dzielenia *W(x)* przez (x^2-3x+2) wynosi:
a) 2
b) x + 2
c) x + 1

4. Wykres funkcji wymiernej nie może być
a) parabolą
b) hiperbolą
c) zbiorem zawartym w prostej

5. Równanie $sin2x \cdot cos4x = 1$ w przedziale $\langle 0, \pi \rangle$

a) nie ma rozwiązań
b) ma co najmniej jedno rozwiązanie
c) ma co najwyżej jeden pierwiastek

6. Wiadomo, że $\lim_{n \to \infty} \frac{2+4+6+\cdots+2n}{n^2+1} = 2^k$. Wobec tego:

a) k = 3
b) $k \geq 0$
c) k = 4

7. Jeżeli $a = \log_7 3$ *i* $b = \log_3 5$ to zachodzi równość:

a) $\log_3 49 = \frac{1}{a^2}$
b) $\log_3 35 = \frac{b}{a}$
c) $\log_3 125 \cdot \log_3 49 = \frac{6b}{a}$

8. Styczna do krzywej $y = \frac{x-7}{x+2}$ w punkcie x_0 tworzy z osią *OX* kąt o mierze $\frac{\pi}{4}$, jeżeli

a) $x_0 = -5$
b) $x_0 = \frac{\sqrt{3}}{3}$
c) $x_0 = 1$

9 . W urnie znajduje się *n* kul, z których 5 jest białych. Jeśli przy losowaniu dwóch kul bez zwracania prawdopodobieństwo wylosowania kul białych jest większe od $\frac{1}{3}$, to *n* należy do zbioru

a) $\{5,6,7\}$
b) $\{5,6,7,8\}$
c) $\{5,6,7,8,9\}$

10. Przekrojem sześcianu może być:

a) pięciokąt
b) trójkąt prostokątny
c) trójkąt równoboczny

Zadanie 11. Wyznacz wszystkie wartości parametru m, dla których okręgi:

$$o_1: x^2 + (y+4)^2 = m^2 \quad \text{oraz} \quad o_2: (x-3)^2 + y^2 = 49$$

są styczne wewnętrznie.

Zadanie 12: Dana jest funkcja $f(x) = \frac{192}{x^2} + ax + b, x \in R - \{0\}$ z parametrami *a* i *b*. Do wykresu funkcji *f* należy punkt $P(8,18)$, a w punkcie 4 funkcja *f* ma ekstremum lokalne. Oblicz *a i b* .

Zadanie 13. Wykaż, że jeżeli α, β, γ są kątami wewnętrznymi trójkąta i $sin^2\alpha + sin^2\beta < sin^2\gamma$, to $cos\gamma < 0$.