

## **ZAGADNIENIA NA EGZAMIN POPRAWKOWY Z MATEMATYKI W KLASIE III**

### **I Geometria analityczna**

1. Równanie prostej w postaci ogólnej i kierunkowej – powtórzenie
2. Wzajemne położenie dwóch prostych – powtórzenie
3. Odległość na płaszczyźnie
4. Środek odcinka
5. Geometria analityczna – zadania utrwalające
6. Praca klasowa i jej omówienie
7. Punkty przecięcia paraboli i prostej
8. Równanie okręgu
9. Wzajemne położenie okręgu i prostej- układy równań

### **II FUNKCJA WYKŁADNICZA I LOGARYTMY**

1. Potęga o wykładniku całkowitym - powtórzenie
2. Potęga o wykładniku wymiernym
3. Funkcja wykładnicza, jej wykres i własności
4. Określenie pojęcia logarytmu
5. Obliczanie wartości logarytmów
6. Własności logarytmów
7. Proste równania i nierówności wykładnicze i logarytmiczne

### **III CIĄGI LICZBOWE**

1. Określenie ciągu i sposoby jego przedstawiania
2. Własności ciągu
3. Ciąg arytmetyczny
4. Własności ciągu arytmetycznego
5. Suma  $n$  początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego
6. Ciąg geometryczny
7. Własności ciągu arytmetycznego
8. Suma  $n$  początkowych wyrazów ciągu geometrycznego
9. Procent składany. Oprocentowanie w bankach.

### **IV STATYSTYKA**

1. Podstawowe pojęcia statystyczne. Mediana, dominanta i średnia
2. Miary rozproszenia – odchylenie standardowe i wariancja

## I GEOMETRIA ANALITYCZNA

- Przekształcić równanie prostej z postaci kierunkowej do postaci ogólnej
  - $y = 2x - 5$
  - $y = \frac{2}{3}x + 4$
  - $y = -\frac{2}{7}x + \frac{3}{14}$
  - $y = x - 3$
- Przekształcić równanie prostej z postaci ogólnej do postaci kierunkowej
  - $x - 3y + 2 = 0$
  - $2x - y - 3$
  - $16x - 8y = 0$
  - $x + 2y - 4 = 0$
- Wyznaczyć współczynnik kierunkowy prostej o podanym równaniu ogólnym
  - $x + y - 3 = 0$
  - $4x - y + 7 = 0$
  - $\sqrt{2}x - 5y + 7 = 0$
- Które ćwiartki układu współrzędnych przecina prosta o podanym równaniu?
  - $2x - y - 1 = 0$
  - $-x + 3y + 3 = 0$
  - $x - 5y = 0$
- Dla jakich wartości  $m$  prosta o podanym równaniu przecina pierwszą ćwiartkę układu współrzędnych?
  - $2x - y + m = 0$
  - $2x + 5y + 5m = 0$
- Oblicz odległość punktu  $P$  od początku układu współrzędnych
  - $P = (-4, 3)$
  - $P = (2, -5)$
  - $P = (-3, -9)$
- Oblicz odległość podanych punktów
  - $A = (3, 7)$  i  $B = (11, 7)$
  - $A = (-2, 4)$  i  $B = (5, 5)$
  - $M = (\frac{2}{3}, -\frac{1}{3})$

8. Oblicz obwód trójkąta
- a)  $A = (3,1)$     $B = (4,3)$     $C = (-2,6)$   
 b)  $A = (-2,-2)$     $B = (-1,-7)$     $C = (2,-5)$   
 c)  $A = (-1,-1)$     $B = (-2,3)$     $C = (3,1)$
9. Wykaż, że czworokąt ABCD o wierzchołkach  $A=(-2,-2)$ ,  $B=(6,2)$ ,  $C=(2,5)$ ,  $D=(-4,2)$  jest trapezem prostokątnym. Oblicz obwód, pole oraz długości przekątnych tego trapezu
10. Oblicz obwód trójkąta, którego boki zawierają się w prostych o podanych równaniach.

$$x - y = 0, \quad 2x + y - 3 = 0, \quad 3x + y - 7 = 0$$

11. Wykaż, że trójkąt o wierzchołkach  $G = (4,-3)$ ,  $H = (-1,2)$ ,  $L = (7,0)$  jest prostokątny i oblicz jego pole.
12. Oblicz współrzędne środka odcinka AB
- a)  $A=(2,3)$  i  $B = (8,5)$   
 b)  $A = (-1,4)$  i  $B = (-3,-5)$
13. Punkt M jest środkiem odcinka AB. Wyznacz współrzędne punktu B
- a)  $A = (3,4)$  i  $M = (1,7)$   
 b)  $A = (-1,5)$  i  $M = (0,1)$   
 c)  $A = (4,-16)$  i  $M = (-3,-8)$
14. Napisz równanie symetralnej odcinka AB, wiedząc, że  $A = (-1,2)$  i  $B=(3,6)$
15. Napisz równanie okręgu o środku S i promieniu r.
- a)  $S = (0,0)$     $r = 11$   
 b)  $S = (-2,-5)$     $r= 1$   
 c)  $S = (6,-4)$     $r= 5$
16. Sprawdź, czy punkty A, B należą do okręgu o podanym równaniu  
 $(x - 4)^2 + (y - 3)^2 = 4$     $A = (6,3)$ ,    $B = (2,5)$
17. Wykaż równanie okręgu o środku  $S = (3,-2)$  i promieniu  $r = \sqrt{3}$

## II FUNKCJA WYKŁADNICZA I LOGARYTMY

1. Oblicz wartość wyrażenia:

a)

$$\frac{4^3 \cdot 36^2}{4^4 \cdot 2 \cdot 3^4} - \frac{2^7 \cdot 3^4}{6^5}$$

b)

$$\frac{5^{\frac{1}{2}} \cdot 25^{-\frac{1}{3}} \cdot \sqrt[3]{25}}{125^{-1} \cdot \sqrt[6]{5^3}}$$

c)

$$\frac{\sqrt[3]{15} \cdot (2^3 \cdot \sqrt{15})^2}{2^4 \cdot \sqrt[3]{5}}$$

d)

$$\left( \left( \frac{4}{7} \right)^{-\frac{2}{5}} \cdot \left( \frac{7}{4} \right)^{\frac{3}{5}} \cdot \left( \frac{16}{49} \right)^{-\frac{3}{2}} \right)^{\frac{1}{4}}$$

e)

$$\frac{(0,5)^{\frac{2}{3}} \cdot 16^{-\frac{4}{3}}}{2^{-3}}$$

f)

$$\frac{2^{1,5} \cdot 9^{\frac{1}{4}}}{\left( \frac{3}{8} \right)^{-\frac{1}{2}} \cdot 27^{0,5}}$$

g)

$$\sqrt{2\sqrt{2}}$$

2. Oblicz wartość wyrażenia:

a)  $10^{\log 2} + 5^{\log_5 2}$

b)  $\log_3 6 + \log_3 18 - 2 \log_3 2$

c)  $\log_2 24 - \log_2 3$

d)  $\log_{20} 5 + 2 \log_{20} 2$

e)  $\log_{25} 5$

f)  $\log_8 2$

g)  $\log_{\frac{2}{5}} \frac{25}{4}$

h)  $\log_{\frac{1}{2}} 2^{-4}$

3. Oblicz wartość funkcji danej wzorem  $f(x) = 3^{x-2} + 1$  dla argumentu:

a)  $x = 1$

b)  $x = -1$

c)  $x = 0$

d)  $x = \frac{1}{2}$

4. Dla jakiego argumentu funkcja  $f(x) = (\sqrt{3})^x$  osiąga wartość 3?

5. Naskicuj wykres funkcji  $f(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^{x-1} + 1$ . Podaj jej dziedzinę, zbiór wartości, miejsce zerowe oraz określ monotoniczność.

6. Naskicuj wykres funkcji  $y = 2^x$ , następnie przesun go o jedną jednostkę w lewo i jedną jednostkę w dół. Napisz wzór funkcji powstałej w wyniku przesunięcia wykresu funkcji  $f$  oraz określ dla jakich argumentów funkcja przyjmuje wartości ujemne.

7. Dla jakich wartości parametru  $m$  równanie  $2^x - 3 = m$  ma dokładnie jedno rozwiązanie?

8. Rozwiąż równanie:

a)  $\log_{\sqrt{5}} x = 2$

b)  $\log_3 x = \frac{1}{2}$

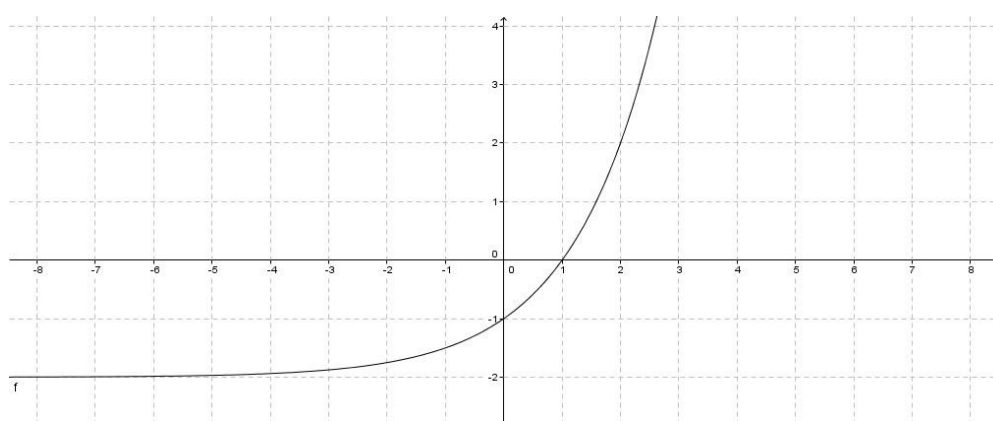
d)  $\log_2 x = -6$

d)  $\log x = 3$

9. Do wykresu funkcji  $f$  określonej wzorem  $f(x) = a^x$ , gdzie  $a \in (0, 1) \cup (1, \infty)$  należy punkt  $(3, 8)$ . Podaj wzór tej funkcji.

10. Do wykresu funkcji  $f$  określonej wzorem  $f(x) = a^x$ , gdzie  $a \in (0, 1) \cup (1, \infty)$  należy punkt  $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ . Podaj wzór tej funkcji.

11. Dany jest wykres funkcji  $f(x) = 2^x - 2$ . Podaj jej zbiór wartości oraz rozwiązanie nierówności  $f(x) > 2$ .



### III CIĄGI LICZBOWE

1. Oblicz piąty wyraz ciągu określonego wzorem

a)  $a_n = \frac{2n-10}{n+1}$

b)  $a_n = \frac{1}{3n+1}$

c)  $a_n = n^2 + 3n + 1$

d)  $a_n = \sqrt{20+n}$

2. Który wyraz ciągu określonego wzorem  $a_n = \frac{n-2}{n+3}$

a) jest równy  $-\frac{1}{4}$ ?

b) jest równy 0?

3. Które wyrazy ciągu  $(a_n)$  określonego wzorem  $a_n = n^2 - 8n + 15$  są równe zero?

4. Ile ujemnych wyrazów ma ciąg  $(a_n)$  określony wzorem  $a_n = n^2 - 8n + 15$ ?

5. Oblicz pierwszy wyraz ciągu arytmetycznego  $(a_n)$ , w którym  $a_7 = 1$ ,  $a_{11} = 9$ .

6. Oblicz pierwszy wyraz ciągu arytmetycznego  $(a_n)$ , w którym  $a_3 = 7$ ,  $a_6 = 13$ .

7. W ciągu geometrycznym  $(a_n)$  dane są  $a_3 = 1$  oraz  $a_6 = \frac{1}{64}$ . Wówczas

8. W ciągu geometrycznym  $(a_n)$  dane są  $a_6 = \frac{1}{64}$  oraz  $q = \frac{1}{4}$ . Oblicz pierwszy wyraz tego ciągu.

9. Oblicz sumę pięciu początkowych wyrazów ciągu geometrycznego o wyrazie ogólnym  $a_n = 6 \cdot (-3)^{n-1}$ .

10. Oblicz sumę trzech początkowych wyrazów ciągu geometrycznego o wyrazie ogólnym  $a_n = 2 \cdot (-3)^{n-1}$ .

11. Oblicz wartość sumy  $21 + 22 + \dots + 49$ .

12. Oblicz wartość sumy  $1 + 3 + 5 + 7 + \dots + 61$ .

13. Oblicz wartość sumy  $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{1024}$ .

14. Oblicz sumę dziewięciu początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego  $(a_n)$ , w którym

$$a_1 = 2, r = \frac{1}{2}.$$

15. Dany jest ciąg arytmetyczny  $(a_n)$ , w którym  $a_1 = 3$ ,  $r = 1$ . Oblicz

a) sumę początkowych pięćdziesięciu wyrazów

b) sumę wyrazów od  $a_{10}$  do  $a_{30}$ .

16. Oblicz sumę dziesięciu początkowych wyrazów ciągu geometrycznego, w którym

$$a_1 = 3, q = -\sqrt{2}.$$

17. Liczby  $x, y, 19$  w podanej kolejności tworzą ciąg arytmetyczny, przy czym  $x + y = 8$ .  
Oblicz  $x, y$ .
18. Suma  $S_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n$  początkowych  $n$  wyrazów ciągu arytmetycznego  $(a_n)$  określona jest wzorem  $S_n = n^2 - 2n$  dla  $n \geq 1$ . Wyznacz wzór ogólny tego ciągu.
19. Sprawdź, czy ciąg o wzorze ogólnym  $a_n = 2n + 1$  jest ciągiem arytmetycznym.
20. Sprawdź, czy ciąg o wzorze ogólnym  $a_n = (\sqrt{3})^n$  jest ciągiem geometrycznym.
21. Dla jakich wartości  $x$  liczby  $x - 3, x + 1, 4x - 2$  są kolejnymi wyrazami ciągu geometrycznego?
22. Dla jakich wartości  $x$  liczby  $4x^2 - 1, 6x + 1, x^2 + 7$  są kolejnymi wyrazami ciągu arytmetycznego?
23. Dla jakich wartości  $x \in \mathbb{N}$  liczby  $x + 1, 4x + 1, 10x + 7$  tworzą ciąg geometryczny?
24. Dla jakich wartości  $m$  liczby postaci  $2m - 1, 3m, m^2 + 1$  (w podanej kolejności) tworzą ciąg arytmetyczny?
25. Zbadaj monotoniczność ciągu  $(a_n)$  o wzorze ogólnym:  
a)  $a_n = 3n - 10$       b)  $a_n = -n^2 + 4n + 2$
26. Ciąg  $(12, x, y)$  jest arytmetyczny, zaś ciąg  $(12, y, x)$  jest geometryczny. Wyznacz  $x, y$ .
27. Marek wpłacił do banku 2000zł na lokatę oprocentowaną 4% w skali roku. Oblicz stan konta Marka po upływie 3 lat, jeżeli bank oferuje kapitalizację roczną.
28. Jaka kwotę należy wpłacić na lokatę oprocentowaną 1% w skali roku, aby po trzech latach oszczędzania wypłacić 3000zł, jeśli kapitalizacja odsetek następuje po roku? Czy jest to opłacalne?
29. Składamy 1000zł w banku oferującym 20% rocznie z roczną kapitalizacją. Po ilu latach kwota oszczędności przekroczy 2000zł?
30. Cezary wpłacił do banku 3000zł. Oprocentowanie wynosi 6% rocznie, a kapitalizacja odsetek następuje co kwartał. Ile pieniędzy będzie miał Cezary po roku oszczędzania?
31. Mateusz uczył się słówek z języka obcego. Zaczął od 40 i każdego następnego dnia zmniejszał liczbę słówek o 2. Czy w ten sposób opanował 300 słówek? Jeśli tak, to po ilu dniach?
32. W każdym z 8 wielkich pudełek jest 8 dużych pudełek. W każdym dużym pudełku jest 8 średnich pudełek. W każdym średnim pudełku jest 8 małych pudełek, a w każdym, małym pudełku jest 8 małych pudełek. Ile jest wszystkich pudełek?



**1** Liczba  $\log_4(\log_3(\log_2 8))$  jest równa:

- A.  $-1$ ,                      B.  $0$ ,                      C.  $1$ ,                      D.  $2$ .

**2** Odległość punktu  $A(3, 2)$  od środka odcinka  $BC$ , gdzie  $B(-5, -2)$ ,  $C(3, 0)$ , jest równa:

- A.  $3$ ,                      B.  $5$ ,                      C.  $10$ ,                      D.  $12$ .

**3** Na trójkącie prostokątnym o wierzchołkach:  $A(9, 4)$ ,  $B(-3, -2)$ ,  $C(13, -4)$  opisano okrąg. Wyznacz jego równanie.

**4** Wyznacz iloraz ciągu geometrycznego  $(a_n)$ , w którym  $a_{15} = 18$ , a  $a_{18} = -5\frac{1}{3}$ .

**5** W tabeli przedstawiono liczebność trzech klas i średnią wzrostu w każdej z nich. Oblicz średni wzrost wszystkich uczniów z tych trzech klas.

Klasa	A	B	C
Liczba osób	15	20	25
Średni wzrost [cm]	152	161	158

**6** Wyznacz wzór ogólny ciągu arytmetycznego  $(a_n)$ , jeśli wiadomo, że  $a_{13} = 21$ , a  $a_{21} = 13$ .

**1** Liczba  $\log_5 (\log_4 (\log_2 16))$  jest równa:

- A. 0,                      B. 1,                      C. 2,                      D. 3.

**2** Odległość punktu  $A(2, 4)$  od środka odcinka  $BC$ , gdzie  $B(1, 0)$ ,  $C(-9, -8)$ , jest równa:

- A. 2                      B. 5                      C. 10                      D. 12

**3** Na trójkącie prostokątnym o wierzchołkach:  $A(2, 2)$ ,  $B(-4, 0)$ ,  $C(0, -12)$  opisano okrąg. Wyznacz jego równanie.

**4** Wyznacz iloraz ciągu geometrycznego  $(a_n)$ , w którym  $a_{12} = 25$ , a  $a_{15} = -5\frac{2}{5}$ .

**5** W tabeli przedstawiono liczebność trzech klas i średnią wzrostu w każdej z nich. Oblicz średni wzrost wszystkich uczniów z tych trzech klas.

Klasa	A	B	C
Liczba osób	13	18	19
Średni wzrost [cm]	149	162	153

**6** Wyznacz wzór ogólny ciągu arytmetycznego  $(a_n)$ , jeśli wiadomo, że  $a_7 = 13$ , a  $a_{13} = 7$ .

**1** Liczba  $\log_5 (\log_4 (\log_3 81))$  jest równa:

- A. 2,                      B. -1,                      C. 0,                      D. 1.

**2** Odległość punktu  $A(1, 6)$  od środka odcinka  $BC$ , gdzie  $B(6, -6)$ ,  $C(8, 2)$ , jest równa:

- A. 5,                      B.  $5\sqrt{2}$ ,                      C. 10,                      D.  $10\sqrt{2}$ .

**3** Na trójkącie prostokątnym o wierzchołkach:  $A(1, 11)$ ,  $B(-5, -3)$ ,  $C(-9, 7)$  opisano okrąg. Wyznacz jego równanie.

**4** Wyznacz iloraz ciągu geometrycznego  $(a_n)$ , w którym  $a_{13} = -24$ , a  $a_{16} = -7\frac{1}{9}$ .

**5** W tabeli przedstawiono liczebność trzech klas i średnią wzrostu w każdej z nich. Oblicz średni wzrost wszystkich uczniów z tych trzech klas.

Klasa	A	B	C
Liczba osób	21	15	24
Średni wzrost [cm]	159	155	166

**6** Wyznacz wzór ogólny ciągu arytmetycznego  $(a_n)$ , jeśli wiadomo, że  $a_9 = 17$ , a  $a_{17} = 9$ .

**1** Liczba  $\log_4(\log_2(\log_9 81))$  jest równa:

- A. 1,                      B. 0,                      C. -1,                      D. 2.

**2** Odległość punktu  $A(5, -4)$  od środka odcinka  $BC$ , gdzie  $B(-4, -1)$ ,  $C(-2, 5)$ , jest równa:

- A.  $10\sqrt{2}$ ,                      B. 10,                      C.  $5\sqrt{2}$ ,                      D. 5.

**3** Na trójkącie prostokątnym o wierzchołkach:  $A(-7, 10)$ ,  $B(1, 0)$ ,  $C(2, 9)$  opisano okrąg. Wyznacz jego równanie.

**4** Wyznacz iloraz ciągu geometrycznego  $(a_n)$ , w którym  $a_{15} = 49$ , a  $a_{18} = -3\frac{6}{7}$ .

**5** W tabeli przedstawiono liczebność trzech klas i średnią wzrostu w każdej z nich. Oblicz średni wzrost wszystkich uczniów z tych trzech klas.

Klasa	A	B	C
Liczba osób	19	23	18
Średni wzrost [cm]	147	159	151

**6** Wyznacz wzór ogólny ciągu arytmetycznego  $(a_n)$ , jeśli wiadomo, że  $a_5 = 19$ , a  $a_{19} = 5$ .